

# MUNKÁCSY KATALIN

## *A trónörökös mértankönyve*

### *Das Geometriebuch des Kronprinzen*

A 17. században Németországban megjelent metszetes mértankönyv igazi ritkaság. A benne lévő, a matematikai tartalomtól független illusztrációk Magyarországnak a török uralom alóli felszabadulását, korabeli várakat és városokat, valamint életképeket ábrázolnak. A könyv a maga korában igen népszerű volt, sokszor kiadták. A metszeteket művészettörténészek elemezték. Matematikai tartalmát – tudomásom szerint – eddig nem vizsgálták, de tapasztalataim alapján valószínű, hogy a kötetnek különösebb matematikai, matematikatanítási értéke nincs, új eredmények nem találhatóak benne. Miért érdemes vele mégis foglalkozni? Megismerhetjük a geometria átmeneti állapotát. Már nem az ókori görög geometria tiszta felépítését tükrözi, és természetesen messze áll a 20. századi axiomatikus tárgyalástól. És sok érdekes kérdést vet föl az „árukapcsolás” is. Miért éppen egy matematika könyv vált híressé a benne található veduták miatt?

A könyv tankönyv, képekkel illusztrálva. Ebben a könyvben a matematika tananyag mellett a törökök Magyarországról való kiűzését ábrázoló és egyéb, a korszakban keletkezett metszeteket találhatunk. A könyv képeinek és geometriai tartalmának bemutatása után kérdéseket fogalmazok meg, amelyek segíthetik a további kutatásokat.

#### A KÖNYV ADATAI:

- A könyv szerzője: Báró ANTON ERNST BURCKHARDT VON BIRCKENSTEIN (?,?,?)<sup>1</sup>
- A könyv címe: *Das Geometriebuch des Kronprinzen, A trónörökös mértankönyve.*
- Az első megjelenés helye és ideje: Bécs, 1686., kiadója: Báró ANTON ERNST BURCKHARDT VON BIRCKENSTEIN, nyomdása: JOHANN VAN GHELEN.

A könyvet a későbbiekben még sokszor kiadták, így elég sok példányban fellelhető ma is. Ezek közül kettőt az Országos Széchényi Könyvtárban őriznek. A reprint kiadás a IV. Math u. 56 a és IV. Math u. 56 b egymást kiegészítő kötetek FM/9/482 jelzetszámú mikrofilmjei alapján készült. A munkálatokat az Országos Széchényi Könyvtár Mikrofilm- és Fényképtára végezte 2001-ben. Kiadó az Országos Széchényi Könyvtár és a Balassi Kiadó. Közreadta és a bevezető tanulmányt írta RÓZSA GYÖRGY. RÓZSA GYÖRGY a könyv szerzőiről, az első kiadásokról, majd a 122 rézmet-szet értékeiről írt: „*Birkenstein könyve a XVII. század legjelentősebb vedutaegyüttese.*” A szöveges tartalomhoz nem, vagy nem szorosan kapcsolódó metszetek abban a korban máshol is, például Franciaországban is előfordultak.

A könyvvel a Műszaki Könyvesboltban találkoztam, és nagyon meglepődtem, hogy a kötet matematikai vonatkozásáról korábban semmilyen információ nem jutott el hozzám. Engem a könyv matematikai tartalma érdekelt és az, hogy tulajdonítható-e valamilyen jelentőség annak a ténynek, hogy éppen egy geometria könyvben találhatóak meg ezek a képek. Akkori hallgatómmal, ÉNEKES KATALINNAL kezdtünk el információkat gyűjteni a könyvről. ÉNEKES fordította le a könyv jelentős részét az eredeti németből magyarra. A munka során a régi német szöveg latinus szak-

kifejezéseit DUGONICS ANDRÁS nyelvújító szótára segítségével fordította magyar,ra, pl. Alterni Anguli, váltószög/ek/.

A szerző, BIRCKENSTEIN cseh származású hadmérnök volt, aki geometria tanára is volt a későbbi I. JÓZSEFNEK trónörökös korában. Az illusztrátor, JUST US VAN DER NYPOORT (1624-1692) holland származású, Bécsben is dolgozott, korában igen népszerű volt. A mértani ábrák készítőjét nem ismerjük, állítólag maga JÓZSEF főherceg volt, bár ez inkább marketing fogásnak tűnik. A képek csatajeleneteket, várakat, városokat, életképeket ábrázolnak. A képek a hitelesség szempontjából eltérő értékűek, közülük sokat a történészek jó forrásnak tartanak a korszak megismerésére.

A könyv teljes német címe hosszadalmas : A főherceg körző- és vonalzó fogásai, avagy bevezetés a matematikai tudományokba...”

## A KÖNYV FELÉPÍTÉSE ÉS TARTALMA

A bevezetés 6 számozatlan oldal, a geometriaelmélet 29 oldal, a gyakorlati rész 113 oldal, a függelék (művészettörténeti tanulmány) 44 oldal.

Az elméleti rész rövid történeti bevezetővel kezdődik. Ebben a geometria fontosságáról van szó, és néhány ókori görög utalást is tartalmaz.

A következő rész a geometriai alapfogalmak definícióit, majd a szerkesztési szabályokat tartalmazza.

BIRCKENSTEINNÉL:

1. Adott ponton át egyenest húzhatunk.
2. Két adott pont által meghatározott szakaszt meghosszabbíthatunk. A szerző nem használja a szakasz szót, helyette a vonal kifejezés olvasható.
3. Adott pont körül adott körzőnyílással kört rajzolhatunk.
4. Két adott pont körül egyenlő ívet húzva a metszéspontjukat megkereshetjük.
5. Egy megadott hosszúságú szakasszal rajzolhatunk egyenlő hosszúságú szakaszt, azaz egy szakaszt körzőnyílásba vétellel fel tudunk mérni egy félegyenesre.

Ezek a szabályok gyakorlatiasak, távol állnak az Euklideszi szerkeszthetőség szigorú elveitől.

Az Euklideszi szerkesztés hat megengedett lépése:

1. A vonalzó két adott ponthoz illesztve megrajzolhatjuk a két ponton áthaladó egyenest.
2. Két adott pont távolságát körzőnyílásba vehetjük.
3. Adott pont körül adott körzőnyílással kört rajzolhatunk.
4. Két metsző egyenes metszéspontját megkereshetjük.
5. Egy kör és azt metsző egyenes mindkét metszéspontját megkereshetjük.
6. Két egymást metsző kör mindkét metszéspontját megkereshetjük.

A könyvben egyetlen bizonyítás sincs, és a geometriai számítások is igen szűk körűek, csupán egy téglalap-, illetve háromszögterület számítást találhatunk.

A gyakorlati rész hat alfejezetre bomlik:

- Erstes Buch/ Von denen Auffgebungen der Linien, azaz feladatok vonalakkal.
- Das Anderte Buch/ Von denen Flächen Figuren, síkalakzatokról szóló feladatok.
- Das Dritte Buch/ Von denen eingeschribenen Figuren, azaz berajzolható alakzatokkal kapcsolatos feladatok.
- Das Vierdte Buch/ Von denen umschribenen Figuren, azaz körülírható alakzatokkal foglalkozik.
- Das Fünfte Buch/ Von denen geproportionierten Linien, „arányos vonalokról” szól.
- Das Sechste Buch/ Von denen Körpern, a testekkel foglalkozik.

Az egyes fejezetek tartalmát ÉNEKES KATALIN dolgozata alapján ismertetem:

### 7.3.1. *Erstes Buch/ Von denen Auffgebungen der Linien, azaz feladatok vonalakkal*

Összesen 22 feladatot tartalmaz a vonalakkal kapcsolatban. Az alapvető szerkesztések, mint például: szögmásolás, szögfelező szerkesztés, párhuzamos szerkesztése az adott egyeneshez, a távolság felezőmerőlegesének megrajzolása, körhöz külső pontból húzott érintő, körhöz húzott érintő, derékszög szerkesztése mind megtalálható. Érdekessége ennek a résznek, hogy 3 feladat kapcsán is foglalkozik a csigavonal megrajolásával.

### 7.3.2. *Das Anderte Buch/ Von denen Flachen Figuren, síkalakzatok*

Itt 24 feladat csak a síkalakzatokról szól. Megismerjük a háromszögek, a paralelogramma, rombusz, a téglalap, a négyzet szerkesztését, a szabályos sokszögek megszerkesztését: a szabályos ötszögtől egészen a szabályos tízszögig.

Ebben a részben kiemelendőnek tartom a hasonlóság fogalmának megjelenését. Egyetlen egy konkrét példát ad rá a szerző: egy háromszöghöz hasonló háromszöget kell szerkeszteni úgy, hogy a megszerkesztendő háromszög egyik oldala adott. Az ábrázoláshoz a következő tételt alkalmazza: két háromszöget hasonlónak nevezünk, ha két-két szögük páronként egyenlő. A két háromszög hasonlóságának többi eseteit

- ha oldalaik aránya egyenlő,
- két-két oldaluk aránya s ezek által közrefogott szögük egyenlő,
- két-két oldaluk aránya és e két oldal közül a nagyobbakkal szemközt lévő szögük egyenlő

nem ismerteti. Talán azért sem találkozunk ezekkel az esetekkel, mert az oldalak arányát sem vezette be és nincs pontosan meghatározva, hogy mikor mondunk két alakzatot hasonlónak. A másik fontos megjegyzés, hogy ellipszisszerkesztéssel is kiemelten törődik négy feladat során.

### 7.3.3. *Das Dritte Buch/ Von denen eingeschribenen Figurn, azaz berajzolható alakzatok*

A feladatok száma 19. Először a körbe írható egyenlő oldalú háromszög, négyzet majd a szabályos sokszögek ábrázolását tanítja meg. Aztán a különböző síkalakzatokba ír kört, kezdve a háromszöggel, négyzettel, szabályos ötszöggel. Majd útmutatást ad, hogyan kell egy körbe szabályos ötszöget és szabályos háromszöget egyszerre szerkeszteni. Manapság azt mondanánk ezekről a sokszögekről, hogy hűrsokszögek. Hűrsokszögek azok az egyszerű sokszögek, amelyeknek minden csúcsa egy körön van, tehát minden oldala a körnek húrja.

Az egyik feladat egy „geometriai eszköz” elkészítését is bemutatja. Egy kört 360 egyenlő részre osztott fel, így létrejött a  $360^\circ$ -ot is mérni tudó geometriai eszköz, a szögmérő. Nincs feladat szögek mérésére és a könyv további részeiben sem használja ki a szögmérő adta lehetőségeket. Napjainkban a szögmérőnk maximum  $180^\circ$ -os szöget tud mérni és számos feladat foglalkozik olyan sokszögek megszerkesztésével, amelyeknek megadjuk a szögeit. Itt erre nem találunk példát.

### 7.3.4. *Das Vierde Buch/ Von denen umschribenen Figurn, azaz körülírható alakzatok*

A feladatok száma csak 9. Összegezve a 4. könyvet, elmondhatom, hogy különböző alakzatok köré szerkeszt alakzatokat.

Először a kör köré rajzol háromszöget, majd négyszöget, aztán szabályos ötszöget. Azaz, matematikai nyelven érintősokszögeknek (kör köré írt sokszögeknek) nevezzük ezeket a sokszögeket, amelyeknek minden oldala egy kört érint.

Aztán megszerkeszti a háromszög köré írható kört. A háromszög köré szabályos négyszöget és ötszöget is szerkeszt.

### 7.3.5. *Das Fünfte Buch/ Von denen geproportionierten Linien, „arányos vonalak”*

A feladatok száma összesen 17. A legfontosabb része ennek a fejezetnek a párhuzamos szelők tételének és a középpontos hasonlóságnak az alkalmazása. Habár Birckenstein nem nevezi így az eljárás során alkalmazott technikát.

A nagyítás eljárását egy térképrészlet nagyításával mutatja be: a nagyítandó alakzat köré egy négyzetet kell elhelyezni, amelynek oldalait  $n$  egyenlő részre osztjuk és sorszámokkal 1-től  $n$ -ig ellátjuk (azaz négyzethálós lapot hoztunk létre) és a hasonlóan a nagyítást elvégző lapot is négyzethálóssá alakítjuk és  $n$  egyenlő részre osztjuk. Így az alakzat egy-egy pontjának egy-egy koordináta felel majd meg. Ez a feladat a koordináta-rendszer alapjaival ismerteti meg. Birckenstein nem használja sem a koordináta, sem a koordináta-rendszer megnevezést.

### 7.3.6. *Das Sechste Buch/ Von denen Körpern, azaz a testek*

Az ötféle szabályos testet megszerkeszti a szerző. A szerkesztés kiindulása minden esetben egy kör. A tetraéder alapjának szerkesztésekor egy körbe ír szabályos háromszöget és aztán a negyedik csúcsot is kijelöli. A kocka és az ikozaéder esetében hat, az oktaéder esetében négy, a dodekaéder esetében tíz egyenlő részre bontja a körvonalat. Az ötféle szabályos testet mi már másképp szerkesztenénk meg.

A tetraédert a kocka lapátlói határozzák meg, az oktaédert a kocka lapközéppontjai. Az ikozaédert megszerkeszthetjük a következőképpen: egy szabályos ötszög alapú gúlát rajzolunk, amelynek oldallapjai szabályos háromszögek, a gúla palástját mindegyik oldalél felezőmerőleges síkjára tükrözzük, az így kapott felületet egy ötszögvonal határolja, amelyet az eredetivel egybevonó palásttal egészíthetünk ki. Az ikozaéder lapközéppontjai pedig dodekaédert határoznak meg.

A következő feladatok során megismerhetjük mind az öt szabályos test hálójának szerkesztését. A szabályos testeken kívül más testek hálóját nem adja meg.

## ÖSSZEGZÉS

Erről a könyvről a matematikatörténet nem emlékezik meg. Mi ennek az oka? A könyv geometriai szempontból nem tartalmaz új felfedezéseket, és módszertani szempontból sem fogalmaz meg új elveket. De nagyon népszerű volt. Csak a metszetek miatt? Vagy használták geometria könyvként is?

A téma néhány további kérdése:

Volt-e több hasonló mértankönyv az adott korszakban?

Milyen volt a korszak többi mértankönyve magyar és német nyelvterületen?

Melyek az életképek magyar ipartörténeti vonatkozásai?

Mitől volt ez a könyv annyira népszerű? Könnyen adható a válasz: a képek révén a maga korában betöltötte a mai újságok, folyóiratok szerepét, egész Európa tudomást szerezhetett a török ellen vívott, a kontinens egészét mélyen érintő események sok apró, csak vizuálisan megragadható részletéről is. Ma pedig érdeklődéssel nézhetjük, hogyan éltek a 17. század végének katonái, parasztjai, polgárai. Mindez érdekes, függetlenül a könyv matematikai tartalmától.

Technikailag a metszetek és a matematikakönyv összekapcsolásának olyan oka is lehetett, hogy a mértani ábrák miatt a könyv igényes grafikai megoldásokkal készült, és ez egyéb képek megjelenítését is lehetővé tette.

A népszerűség másik, kissé bizonytalanabb magyarázata, hogy a könyv kifejez valamit abból az igényből is, hogy jobban megismerhessük a matematika és a valóság kapcsolatát. Ez a kapcsolat

nem egyszerű, hiszen például a tornyokat nem akkor látjuk az ábrákon, amikor azoknak bármilyen kapcsolata lehetne a geometriai tartalommal. A geometria elvont univerzuma találkozik a látható világ univerzumával.

## GULYÁS NÉ MÓRI ANIKÓ

### JEGYZETEK

- <sup>1</sup> Birckenstein életéről keveset tudunk, sem születési, sem halálozási évszáma nem ismert. Ismert, hogy harcolt a Buda visszafoglalásáért folyó ütközetben és az is, hogy I. József házitanítója volt.
- <sup>2</sup> A könyvről *Énekes Katalin* tudományos diákköri dolgozatot írt vezetésemmel, 2004-ben.

## megmaradt épületei

### IRODALOM

1. *Szénássy Barna*: A magyarországi matematika története. Akadémia Kiadó, Budapest, 1970.
2. *Báró Anton Ernst Burckhardt von Birckenstein*: Das Geometriebuch des Kronprinzen. Országos Széchényi Könyvtár és Balassi Kiadó, Budapest, 2001.
3. *Rózsa György*: A Birckenstein-féle metszetes könyv, Az Országos Széchényi Könyvtár kiadványa. Magyar Könyvszemle, 1957.

A szerző elérhetősége:

Munkácsy Katalin

e-mail: [katalin.munkacsy@gmail.com](mailto:katalin.munkacsy@gmail.com)